



Módulo de rigidez de especies de madera de importancia comercial para México: *Pinus pseudostrobus*, *Tabebuia rosea* y *Quercus scytophylla*

Modulus of rigidity of commercially important wood species for Mexico: *Pinus pseudostrobus*, *Tabebuia rosea* and *Quercus scytophylla*

Javier Ramón Sotomayor Castellanos^{1,*}; Israel Macedo Alquicira¹; Juan Zárate Medina¹

¹ Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Ciudad Universitaria, Morelia, México.

* Autor correspondiente: madera999@yahoo.com (J. R. Sotomayor Castellanos).

ID ORCID de los autores

J. R. Sotomayor Castellanos:  <https://orcid.org/0000-0002-1527-8801> I. Macedo Alquicira:  <https://orcid.org/0000-0002-6432-6574>

J. Zárate Medina:  <https://orcid.org/0000-0002-3662-3272>

RESUMEN

La madera es un material biológico con aplicaciones en ingeniería y arquitectura. Su módulo de rigidez es útil para el cálculo de vigas que trabajan en flexión y en torsión. El objetivo de la investigación fue determinar los módulos de rigidez y los índices materiales de *Pinus pseudostrobus*, *Tabebuia rosea* y *Quercus scytophylla*. Se realizaron pruebas dinámicas de torsión en 35 probetas de pequeñas dimensiones de cada una de las especies. Se calcularon las correlaciones lineales y sus coeficientes de determinación de los módulos de rigidez en función de la densidad y de la frecuencia. Los principales resultados son: Las magnitudes de las densidades de las maderas de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* se ubican al interior del intervalo: 587 kg m⁻³, 735 kg m⁻³. El coeficiente de variación de las frecuencias para *Q. scytophylla* es 50% menor comparativamente con los coeficientes de *P. pseudostrobus* y *T. rosea*. El coeficiente de variación para *P. pseudostrobus* es 23% mayor que el de *T. rosea* y 146% mayor que el de *Q. scytophylla*. Se concluye que los valores reportados en esta investigación pueden ser útiles si estas especies de maderas se utilizan con fines estructurales.

Palabras clave: ingeniería; arquitectura; variabilidad de la madera; resistencia mecánica; tamaño de la muestra.

ABSTRACT

Wood is a biological material with applications in engineering and architecture. Its modulus of rigidity is useful for the calculation of beams that work in bending and torsion. The objective of the research was to determine the rigidity moduli and material indices of *Pinus pseudostrobus*, *Tabebuia rosea* and *Quercus scytophylla*. Dynamic torsion tests were performed on 35 small specimens of each species. Linear correlations and their coefficients for determining the modulus of rigidity as a function of density and frequency were calculated. The main results are: The magnitudes of the wood densities of *P. pseudostrobus*, *T. rosea* and *Q. scytophylla* are located within the interval: 587 kg m⁻³, 735 kg m⁻³. The coefficient of variation of the frequencies for *Q. scytophylla* is 50% lower compared to the coefficients of *P. pseudostrobus* and *T. rosea*. The coefficient of variation for *P. pseudostrobus* is 23% greater than that of *T. rosea* and 146% greater than that of *Q. scytophylla*. It is concluded that the values reported in this research may be useful if these wood species are used for structural purposes.

Keywords: engineering; architecture; wood variability; mechanical strength; sample size.

Recibido: 29-04-2023.
Aceptado: 04-09-2023.



Esta obra está publicada bajo la licencia [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

INTRODUCCIÓN

La madera es un material de origen biológico con amplias aplicaciones en ingeniería y arquitectura (Jacob et al., 2018). Como consecuencia, las magnitudes de sus propiedades físicas denotan una amplia variabilidad entre especies, árboles y al interior de un mismo individuo (Malesza, 2015). Además, las características de resistencia mecánica de una misma especie varían según la técnica empleada en su determinación (Chauhan & Sethy, 2016) y el contenido de humedad de la madera (Jaskowska-Lemanska & Przesmycka, 2020). De tal forma, su caracterización requiere del estudio de especie por especie.

El módulo de rigidez es útil para el cálculo de elementos y conexiones donde aparecen deformaciones fuera de plano, ocasionadas por esfuerzos cortantes; por ejemplo, en vigas que trabajan en flexión y en torsión, así como en conexiones entre elementos estructurales en edificaciones y en artículos de madera (Echenique et al., 2015). En el mismo contexto, el aserrío de madera produce usualmente paralelepípedos para uso estructural, recortados en el plano radial-tangencial con al menos dos de sus caras mostrando planos longitudinales-tangenciales. De esta forma, cuando la madera está en servicio, trabaja como viga en flexión o como elemento resistente en productos compuestos de madera.

Así, el módulo de rigidez para el plano

longitudinal-tangencial es el parámetro necesario para el diseño de productos (Brandner et al., 2018) y estructuras de madera (Rocco et al., 2017).

Una de las tendencias contemporáneas en investigación en ciencias y tecnología de la madera es caracterizar el comportamiento mecánico de una especie en particular para sugerir su utilización en productos de valor agregado. Los datos publicados son derivados de experimentos realizados con probetas con dimensiones específicas de acuerdo con el protocolo experimental aplicado (Llana et al., 2020). Sin embargo, el utilizador de piezas de madera en la práctica adquiere piezas de madera aserrada que no representan necesariamente a la madera observada en condiciones de laboratorio. En este contexto, existen pocos estudios comparativos de módulos de rigidez de maderas determinados con diferentes enfoques experimentales. La bibliografía sobre el tema de investigación es limitada en cuanto al número de trabajos publicados recientemente. La Tabla 1 presenta una selección de datos recolectados en la literatura sobre la densidad, el módulo de rigidez y el índice material de diferentes especies.

Los autores referidos en la Tabla 1 emplean diferentes estrategias para determinar los módulos de rigidez en el plano longitudinal-tangencial (G_{LT}).

Tabla 1
Datos de densidades, módulos de rigidez de la bibliografía e índices materiales

Especie	ρ_{CH} (kg m^{-3})	G_{LT} (MN m^{-2})	I_{tor}^*	Referencia
<i>Paulownia tomentosa</i>	300	703	2,34	Komán & Feher (2017)
<i>Thuja plicata</i>	353	320	0,91	Sotomayor & Villaseñor (2016)
<i>Cryptomeria japonica</i>	360	784	2,18	Anshari et al. (2011)
<i>Picea sitchensis</i>	390	720	1,85	Wang et al. (2018)
<i>Abies balsamea</i>	393	575	1,46	Hernández y Sotomayor (2014)
<i>Pinus sylvestris</i>	398	755	1,90	Roohnia & Kohantorabi (2015)
<i>Picea sitchensis</i>	400	400	1,00	Yoshihara (2012)
<i>Picea abies</i>	465	863	1,86	Kránitz et al. (2014)
<i>Picea abies</i>	472	744	1,58	Olsson & Källsner (2013)
<i>Pinus densiflora</i>	510	981	1,92	Cha (2015)
<i>Pinus pseudostrobus</i>	540	922	1,71	Sotomayor (2015)
<i>Tabebuia rosea</i>	592	879	1,48	Sotomayor (2016)
<i>Hevea brasiliensis</i>	605	1008	1,67	Nadir et al. (2014)
<i>Taxus baccata</i>	650	1650	2,54	Keunecke et al. (2007)
<i>Fagus sylvatica</i>	689	1010	1,47	Ozyhar et al. (2013)
<i>Andira inermis</i>	716	1084	1,51	Sotomayor (2018a)
<i>Lysiloma acapulcensis</i>	716	1328	1,85	Sotomayor (2016)
<i>Fagus crenata</i>	740	637	0,86	Naruse (2003)
<i>Psidium sartorianum</i>	789	1067	1,35	Sotomayor (2018a)
<i>Juglans pyriformis</i>	810	1369	1,69	Sotomayor (2018a)
<i>Caesalpinia platyloba</i>	825	1511	1,83	Sotomayor (2018a)
<i>Albizia plurijuga</i>	844	1792	2,12	Sotomayor (2018a)
<i>Quercus scytophylla</i>	933	1294	1,39	Sotomayor (2015)
<i>Acosmium panamense</i>	1005	1622	1,61	Sotomayor (2018a)
<i>Tabebuia chrysantha</i>	1096	2320	2,12	Sotomayor (2018a)
<i>Cordia elaeagnoides</i>	1135	2157	1,90	Sotomayor (2016)

ρ_{CH} = Densidad; G_{LT} = Módulo de rigidez; $*I_{tor}$ = Índice material ($\text{m}^2 \text{s}^{-2} \times 10^{-6}$).

Entre los métodos que utilizan se pueden mencionar: las frecuencias de vibraciones torsionales en placas de madera posicionadas como vigas en voladizo (Wang et al., 2018); los ensayos de compresión estática (Hernández & Sotomayor, 2014); la utilización de vibraciones transversales (Sotomayor, 2018a); ensayos de compresión estática (Anshari et al., 2011); el estudio de placas de madera con frecuencias derivadas de vibraciones torsionales (Roohnia & Kohantorabi, 2015; Sotomayor, 2016); pruebas de flexión estática con cuatro puntos, complementadas con el método del elemento finito (Naruse, 2003); uso de ultrasonido (Ozyhar et al., 2013); pruebas de cortante estática (Nadir et al., 2014); valores de módulos G_{LT} estimados a partir de modelos teóricos (Sotomayor, 2015); pruebas de cortante estática (Komán & Feher, 2017); utilización de ultrasonido (Keunecke et al., 2007; Kránitz et al., 2014); empleo de placas de madera deformadas en torsión estática (Yoshihara, 2012); combinación de pruebas de flexión estática y dinámica con el método del elemento finito (Olsson & Källsner, 2013); ondas de esfuerzo (Cha, 2015); y el estudio de placas de madera con vibraciones torsionales en el plano tangencial-longitudinal (Sotomayor & Villaseñor, 2016).

El módulo de rigidez de la madera varía igualmente por la heterogeneidad estructural propia de cada especie, el tamaño de las probetas ensayadas y según sus direcciones de anisotropía (Wang et al., 2023). De tal forma, que los métodos dinámicos no destructivos se prospectan como técnicas apropiadas para determinar estas constantes materiales en probetas de pequeñas dimensiones. Valores para el módulo de rigidez correspondientes a los planos longitudinal-radial y/o radial-longitudinal de la madera y determinados con diferentes técnicas están reportados por Krüger & Wagenführ (2020) para *Fagus sylvatica* ($973 \text{ MN m}^{-2} < G_{LR} < 1289 \text{ MN m}^{-2}$) y *Picea abies* ($973 \text{ MN m}^{-2} < G_{RL} < 1289 \text{ MN m}^{-2}$).

En el mismo contexto, Sylvayanti et al. (2023) informan sobre datos del módulo de rigidez determinado en pruebas estáticas y correspondiente al plano longitudinal-tangencial de *Agathis* sp.: 207 MN m^{-2} ; *Swietenia* sp.: 266 MN m^{-2} ; *Shorea* sp.: 262 MN m^{-2} ; y *Pinus* spp.: 242 MN m^{-2} . Debido a las propiedades de anisotropía en las características elásticas de la madera (Zhang et al., 2022) y a los diferentes tipos de pruebas empleadas para su determinación, los datos citados no son comparables con los referidos en la Tabla 1. La variabilidad en las magnitudes de la densidad y del módulo de rigidez amplía la prospectiva para diseñar productos a base de madera. Así, la selección de una especie empleando índices materiales como criterio de preferencia es conveniente para especificar los valores mínimos admisibles para el análisis estructural y puede utilizarse para reglamentos de edificación con madera (Sotomayor, 2018b). En este contexto, el índice material de una pieza de madera que trabaja en torsión es el parámetro que relaciona su módulo de rigidez con su densidad. Además, es un

indicador sobre la calidad de la madera para usos constructivos. Un alto índice material de una madera sugiere una mejor resistencia en relación con la densidad, y una buena apreciación como material de ingeniería (Ashby, 2011).

En los trabajos citados, se registra variabilidad en los resultados según la especie en estudio, así como la técnica empleada para la determinación de los módulos de rigidez. Se observa igualmente que sus magnitudes aumentan proporcionalmente a la densidad de las maderas. Así, surge la pregunta de investigación si las magnitudes del módulo de rigidez determinado en probetas recortadas de piezas de madera comercial son similares a los datos reportados en la bibliografía calculados con probetas ex profeso para fines de investigación. Esta inquietud refiere a los códigos de construcción con madera que establecen protocolos para la determinación de parámetros de ingeniería y especifican ajustes para el cálculo y diseño de estructuras de madera (American Wood Council, 2015; Canadian Wood Council, 2017).

Los factores que se toman en cuenta para satisfacer los criterios de diseño son, entre otros: la duración de la carga, la variabilidad natural de la madera, las condiciones especiales de servicio, la geometría de la pieza y el tipo de ensayo del cual proviene el esfuerzo permisible calculado; los defectos, magnitud, frecuencia y combinación de irregularidades tales como nudos, desviación del grano, rajaduras, ondulación y degradación biológica; y el factor de corrección para el contenido de humedad en servicio, dependiendo de la exposición a la intemperie o a fuentes cercanas de humedad (American Institute of Timber Construction, 2012).

Las especies comerciales *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* son endémicas de México y Centro América y presentan potencial para la fabricación de productos de alto valor agregado. Información sobre sus características físicas y mecánicas está reportada por Sotomayor (2015). Sin embargo, no existe información sobre sus módulos de rigidez e índices de materiales.

Como hipótesis de trabajo, la investigación plantea que las magnitudes de los módulos de rigidez de las maderas comerciales *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* son del mismo orden que las reportadas en la bibliografía, pero diferentes entre especies. Para verificar esta hipótesis, el objetivo de la investigación fue determinar sus módulos de rigidez realizando pruebas de torsión dinámica.

La verificación de la hipótesis pretende proporcionar certeza para el usuario de la madera de que los datos obtenidos en laboratorio, con los ajustes requeridos por la normatividad, son confiables en el cálculo y diseño de productos de madera. Para complementar el estudio, se calculan los índices materiales para datos reportados en la bibliografía y se comparan con los índices materiales de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla*, calculados en esta investigación.

MATERIAL Y MÉTODOS

Se adquirieron lotes de madera aserrada y estufada en un establecimiento comercial en la ciudad de Morelia, México y se prepararon probetas de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla*. No se mezclaron muestras de diferentes especies de un solo género. El taxón botánico se identificó en la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en Morelia, México. La madera no contenía defectos de crecimiento tales como nudos o desviación de la fibra. Las dimensiones de las probetas fueron 0,02 m de espesor por 0,15 m de ancho y 0,15 m de largo, alineadas de tal forma que las dimensiones correspondieron a las direcciones radial, tangencial y longitudinal del plano leñoso. Las probetas se almacenaron en una cámara de acondicionamiento con temperatura de 20°C (\pm 2°C) y una humedad relativa del aire de 65% (\pm 5%) hasta que la madera alcanzó su contenido de humedad en equilibrio promedio de 8%.

El contenido de humedad (CH) de las probetas se determinó con la relación peso al momento del ensayo y el peso de la probeta en estado seco, adaptando la norma ISO 13061-1:2014 (International Organization for Standardization, 2014a). La densidad de la madera (ρ_{CH}), correspondiente a un contenido de humedad, se calculó con el cociente del peso de la madera y el volumen de esta al momento del ensayo, adaptando la norma ISO 13061-2:2014 (International Organization for Standardization, 2014b).

Las pruebas de vibración en torsión adaptaron el protocolo recomendado por la norma ASTM C1259-14 (American Society for Testing and Materials, 2015a) y siguen el procedimiento descrito en Sotomayor (2016). La probeta se posicionó sobre soportes aislantes en medio del ancho (b) y del largo (l) de las probetas, formando una cruz (Figura 1). La probeta fue solicitada en la dirección radial, perpendicularmente a la dirección longitudinal en el plano tangencial-radial, lo que ocasionó vibraciones en torsión en el plano correspondiente a las direcciones longitudinal y tangencial, de tal forma, que el módulo de rigidez calculado corresponde al plano longitudinal-tangencial.

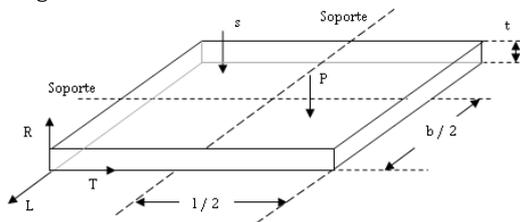


Figura 1. Diagrama de las pruebas de vibraciones en torsión. P: posición para aplicar el impacto; s: posición para medir la frecuencia natural; R: dirección radial (t: espesor); T: dirección tangencial (l: largo); L: dirección longitudinal (b: ancho). Adaptado de la norma ASTM C1259-15.

De acuerdo con la norma ASTM E1876-15 (American Society for Testing and Materials, 2015b) en cada una de las 35 probetas de cada

especie se aplicó un impacto empleando una esfera de acero de 0,005 m de diámetro, adherida a un cabo elástico de 0,01 m de longitud y de 0,002 m de espesor por 0,007 m de ancho. El impacto fue aplicado en el punto P de la superficie de la probeta, localizado en la intersección de 0,25 del ancho (b) y a 0,25 del largo (l) de cada espécimen (Figura 1). Empleando un aparato Grindosonic® modelo MKS, se registró el movimiento de la probeta en el punto (s), en una posición simétrica respecto al punto de impacto. La lectura del sensor piezo-eléctrico de movimiento se transforma en una señal eléctrica, la cual, a su vez, es convertida en la frecuencia natural (f) del sistema, con una precisión de lectura de 0,005%. El módulo de rigidez es rubricado con el subíndice LT para identificarlo como derivado de pruebas de torsión en el plano longitudinal-tangencial de la madera.

El módulo de rigidez de la madera por vibraciones en torsión se calculó con la fórmula (1) (American Society for Testing and Materials, 2015b):

$$G_{LT} = \frac{4 l m f^2}{b t} \left[\frac{B}{(1 + A)} \right] \quad (1)$$

Con:

$$A = \frac{0,5062 - 0,8776 \left(\frac{b}{t} \right) + 0,3504 \left(\frac{b}{t} \right)^2 - 0,0078 \left(\frac{b}{t} \right)^3}{12,03 \left(\frac{b}{t} \right) + 9,892 \left(\frac{b}{t} \right)^2}$$

$$B = \frac{\frac{b}{t} + \frac{t}{b}}{4 \left(\frac{t}{b} \right) - 2,52 \left(\frac{t}{b} \right)^2 + 0,21 \left(\frac{t}{b} \right)^6}$$

Donde:

G_{LT} = Módulo de rigidez (N m⁻²)

f = Frecuencia natural (Hz)

m = masa de la probeta (g)

l = Largo de la probeta (Dirección tangencial) (m)

t = Espesor de la probeta (Dirección radial) (m)

b = Ancho de la probeta (Dirección longitudinal) (m)

A y B = Factores de ajuste geométrico

El índice material se calculó con la fórmula (2) (Ashby, 2011):

$$I_{tor} = G_{LT} / \rho_{CH} \quad (2)$$

Donde:

I_{tor} = Índice material (m² s⁻²)

G_{LT} = Módulo de rigidez (MN m⁻²)

ρ_{CH} = Densidad (kg m⁻³)

Diseño experimental

La estrategia experimental se orientó hacia la comparación de resultados entre especies. Se observaron 35 probetas por cada especie. Las variables de respuesta fueron los valores de la densidad (ρ_{CH}) y de la frecuencia (f); el módulo de rigidez (G_{LT}), calculado con la fórmula (1) y el índice material (I_{tor}), calculado con la fórmula (2), son variables derivadas. De tal forma, se formaron

nueve muestras independientes (tres variables × tres especies). Para cada muestra se calcularon su media (μ), su desviación estándar (σ) y su coeficiente de variación ($CV = \sigma/\mu$). Se calcularon las correlaciones lineales ($y = ax + b$) y los coeficientes de determinación (R^2) de los módulos de rigidez en función de la densidad y de la frecuencia. Igualmente, se calculó la correlación lineal entre el índice material y la densidad y se complementaron con correlaciones empleando datos de la bibliografía (Tabla 1).

Los cálculos estadísticos se efectuaron con el programa Stagraphics Centurion XV. Las ponderaciones para calificar la intensidad de las correlaciones fueron los valores del coeficiente de

determinación: correlación muy alta: $1 \geq R^2 \geq 0,9$; correlación alta: $0,9 > R^2 \geq 0,7$; correlación media: $0,7 > R^2 \geq 0,4$; correlación baja: $0,4 > R^2 \geq 0,2$; y correlación nula: $R^2 < 0,2$.

Para validar en número de probetas medidas en cada una de las tres especies se calculó el tamaño de la muestra con la fórmula (3) (Gutiérrez & De la Vara, 2009):

$$n = 4 \sigma^2 / e^2 \tag{3}$$

Donde:

n = Tamaño de la muestra

σ = Desviación estándar

e = Error de estimación aceptable (0,05).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Densidades

Las magnitudes de las densidades de las maderas de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* se ubican al interior del intervalo reportadas en la bibliografía (Tabla 1). El coeficiente de variación de *P. pseudostrobus* es 125% más grande respecto al de *T. rosea* y *Q. scytophylla* (Tabla 2). Asimismo, los coeficientes de variación se sitúan al interior del rango para las especies estudiadas en esta investigación (Sotomayor, 2015).

Tabla 2
Resultados de las pruebas de vibraciones en torsión

	ρ_{CH} (kg m^{-3})	f (Hz)	G_{LT} (MN m^{-2})	I_{tor} ($\text{m}^2 \text{s}^{-2} \times 10^{-6}$)
<i>P. pseudostrobus</i>				
μ	587	1088	906	1,54
σ	48	77	146	0,22
CV	(8,2)	(7,1)	(16,2)	(14,2)
<i>T. rosea</i>				
μ	565	1115	915	1,62
σ	21	68	121	0,21
CV	(3,7)	(6,1)	(13,2)	(13,1)
<i>Q. scytophylla</i>				
μ	735	1059	1068	1,45
σ	25	30	71	0,09
CV	(3,4)	(2,8)	(6,6)	(6,2)

ρ_{CH} = densidad; f = Frecuencia; G_{LT} = Módulo de rigidez; I_{tor} = Índice material; μ = Media; σ = desviación estándar; CV = Coeficiente de variación en por ciento y entre paréntesis.

Frecuencias

Las frecuencias medidas de las tres maderas son similares entre sí (Tabla 2). Sin embargo, el coeficiente de variación de *Q. scytophylla* es 50% menor comparativamente con los coeficientes de *P. pseudostrobus* y *T. rosea*. Estos valores son razonables en mediciones de frecuencias en torsión en maderas (Sotomayor & Villaseñor, 2016).

Módulos de rigidez

Los módulos de rigidez calculados con la fórmula (1) son similares a los reportados en la bibliografía para maderas con densidades equivalentes (Tabla 1). El coeficiente de variación para *P. pseudostrobus*

es 23% mayor que el de *T. rosea* y 146% mayor que el de *Q. scytophylla*, valores aceptables en caracterización mecánica de la madera (Sotomayor, 2018a).

Índices materiales

Para las tres especies estudiadas en esta investigación, sus índices materiales calculados con la fórmula (2) y listados en la Tabla 2 son comparables a los calculados a partir de datos de la bibliografía para especies con densidad similar (Tabla 1). El índice material de *T. rosea* es 5,2% mayor respecto al de *P. pseudostrobus*, una especie considerada en esta investigación como referencia por su uso extendido en la industria de la madera. En cambio, el de *Q. scytophylla* es 5,8% menor.

Tamaño de la muestra

Para las tres maderas el número de probetas observadas por especies fue de 35 unidades, cantidad mayor al tamaño de muestra necesario para satisfacer el requisito de una muestra representativa calculado con la fórmula (3). Así, el tamaño de muestra en función del error aceptable para la densidad (Figura 2) y la frecuencia (Figura 3) convergen hacia los valores presentados en la Tabla 3.

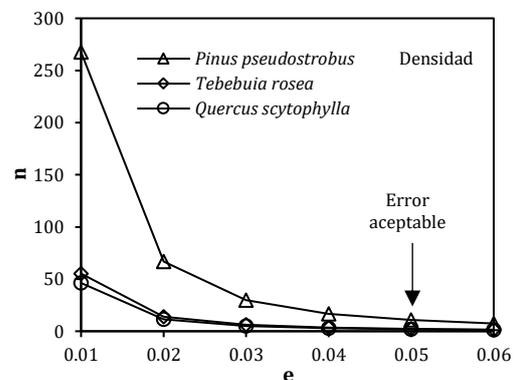


Figura 2. Cálculo del tamaño de la muestra (n) para la densidad (ρ_{CH}) en función del error aceptable (e).

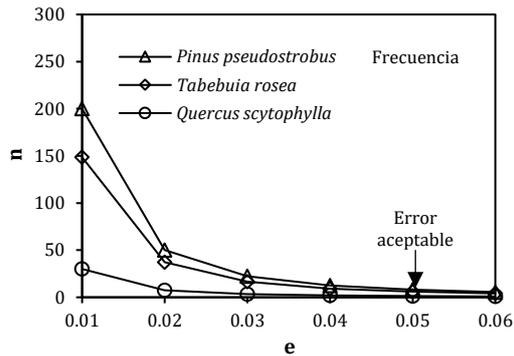


Figura 3. Cálculo del tamaño de la muestra (n) para la frecuencia (f) en función del error aceptable (e).

Tabla 3
Resultados del cálculo del tamaño de la muestra

Especies	e	ρ_{CH} n	f n
<i>P. pseudostrobus</i>	0,05	11	8
<i>T. rosea</i>	0,05	2	6
<i>Q. scytophylla</i>	0,05	2	1

e = Error de estimación aceptable; ρ_{CH} = densidad; f = Frecuencia; n = Número de muestra.

La frecuencia natural en vibraciones por torsión aumenta cuando la densidad de la madera incrementa. La frecuencia natural es un predictor del módulo de rigidez con una correlación de $G_{LT} = 3,41 \rho_{CH} - 7,288$ y $R^2 = 0,81$. Los valores del G_{LT} de las tres especies mexicanas son similares a los módulos de rigidez para el plano longitudinal-tangencial determinados por los autores Naruse (2003), Keunecke et al. (2007), Yoshihara (2012), Ozyhar et al. (2013), Kránitz et al. (2014), Nadir et al. (2014) y Sotomayor (2015), para maderas con densidades y contenidos de humedad similares a los determinados en el presente estudio.

El estudio demuestra que para las especies de madera de *P. pseudostrobus* y *T. rosea* la frecuencia es un buen predictor del módulo de rigidez. Sus correlaciones califican como altas. Sin embargo, para la madera de *Q. scytophylla* el coeficiente de determinación del modelo de predicción lineal califica como una correlación media (Figura 4). Este estudio revela una observación interesante sobre la divergencia en la correlación entre el módulo de rigidez y la densidad. Al interior de una misma especie, la variabilidad natural de la madera ocasiona que el módulo de rigidez no correlacione bien con la densidad. No obstante, los valores promedio se sitúan en la tendencia lineal que resulta de la correlación calculada con los valores reportados en la bibliografía.

Así, la investigación demuestra que la densidad y los módulos de rigidez de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* son diferentes entre especies, pero de la misma magnitud que los correspondientes a otras especies de densidad similar. La validez de este corolario se restringe al estudio de una muestra de madera, representativa de las tres especies, y a los resultados obtenidos de pruebas dinámicas de torsión.

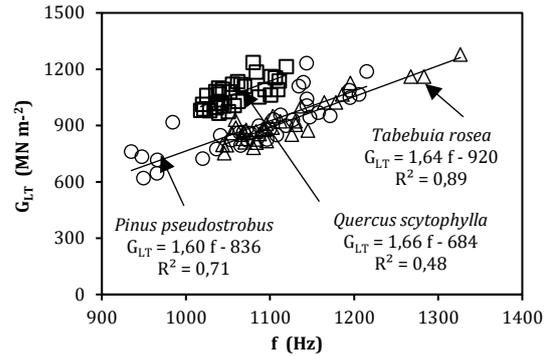


Figura 4. Correlaciones entre el módulo de rigidez (G_{LT}) y la frecuencia (f).

Los valores determinados del módulo de rigidez presentan variabilidad en dos aspectos. Por una parte, al interior de una misma especie, las mediciones correlacionadas en función de su densidad muestran una amplia dispersión explicada por coeficientes de regresión nulos (Figura 5). Para *T. rosea* el coeficiente de determinación indica una relación inexistente. Este parámetro mejora para *Q. scytophylla* y *P. pseudostrobus*. Por otra parte, se observa que los valores promedio de esta investigación se posicionan cerca de la correlación $G_{LT} = f(\rho_{CH})$ calculada con los datos de la bibliografía (Figura 6), la cual califica como alta de acuerdo a los criterios propuestos en el diseño experimental. Además, la correlación de los tres valores promedio de *P. pseudostrobus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla*, resulta con un coeficiente de determinación 29% mayor al calculado para las 26 especies detalladas en la Tabla 1.

Estos resultados coinciden con los reportados por Sotomayor (2016) quien, utilizando un procedimiento experimental similar al de la presente investigación, reporta que el módulo de rigidez de la madera aumenta proporcionalmente a su densidad para siete especies tropicales. Igualmente, Sotomayor (2018) confirma este paradigma, pero aplicando vibraciones transversales en 22 maderas. Sin embargo, Olsson & Källsner (2013) y Cavalli et al. (2017) reportan que, para el caso de piezas de madera aserrada con dimensiones de empleo, tales como tablas, tablonés y vigas, los coeficientes de determinación entre módulo de rigidez y densidad son de $R^2 = 0,22$.

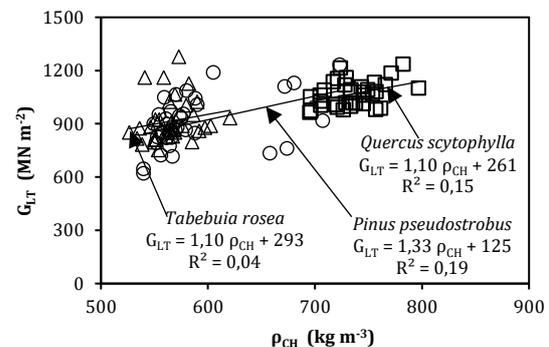


Figura 5. Correlaciones entre el módulo de rigidez (G_{LT}) y la densidad (ρ_{CH}).

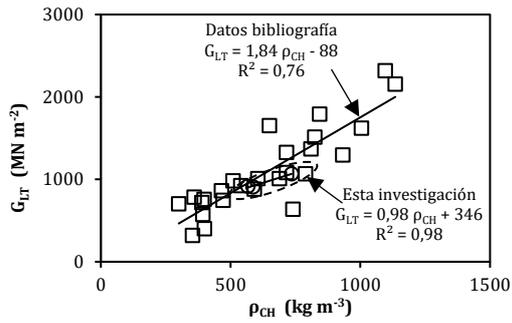


Figura 6. Correlaciones entre los módulos de rigidez (G_{LT}) y las densidades (ρ_{CH}) con datos de la bibliografía (Tabla 1) y resultados de esta investigación.

Los resultados de laboratorio ensayando probetas de pequeñas dimensiones y libres de defectos, como es el caso de la presente investigación, no son necesariamente similares a los resultados obtenidos con piezas de grandes dimensiones que tienen nudos y/o anomalías de crecimiento. De aquí se induce que para obtener datos útiles en cálculo ingenieril es recomendable experimentar con piezas de dimensiones reales de empleo. Los valores reportados en esta investigación pueden ser útiles si estas especies de maderas se utilizan con fines estructurales. Sin embargo, las magnitudes son solo indicativas y no representan el promedio de las especies debido al número limitado de muestras analizadas. Se recomienda aplicar los protocolos de cálculo estructural requeridos por la normatividad en ingeniería de la madera.

El índice material de la madera es la combinación de las propiedades fisicoquímicas, las cuales caracterizan su rendimiento para una aplicación específica (Ashby, 2011). Por ejemplo, un buen diseño de estructuras de madera puede contribuir a mejorar el ambiente sonoro en construcciones, gracias a las propiedades acústicas del material. Entre otros indicadores de calidad de los materiales de construcción, el índice material que relaciona su módulo de rigidez con su densidad es un indicador de la calidad de la madera para usos específicos. El índice material de *P. pseudostrabus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* es diferente en cada especie (Tabla 2, Figura 7).

Las especies que muestran altos valores del índice material poseen un potencial de calidad para su empleo en la industria de la construcción y en aplicaciones donde las propiedades de resistencia en solicitaciones y deformaciones fuera de plano son importantes.

CONCLUSIONES

Los resultados muestran que las magnitudes de los módulos de rigidez de maderas de *P. pseudostrabus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* son del mismo orden que las reportadas en la bibliografía, pero diferentes entre especies. La estrategia experimental se orientó hacia el análisis de resultados especie por especie, con el objetivo de caracterizar las maderas de *P. pseudostrabus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* con un enfoque empírico de caso por caso de una especie en particular. El procedimiento está referido a las

Las especies estudiadas se posicionan al interior de la nube de dispersión para maderas reportadas en la bibliografía (Tabla 1 y Figura 7) y son menores comparativamente con otros materiales de uso contractivo como los mostrados en la Figura 8. Es importante hacer notar que estos índices de materiales constructivos son calculados relacionando el módulo de elasticidad en lugar del módulo de rigidez utilizado en la presente investigación. La Figura 8 se presenta sólo para dar una idea del orden de las magnitudes de la madera y otros materiales comerciales.

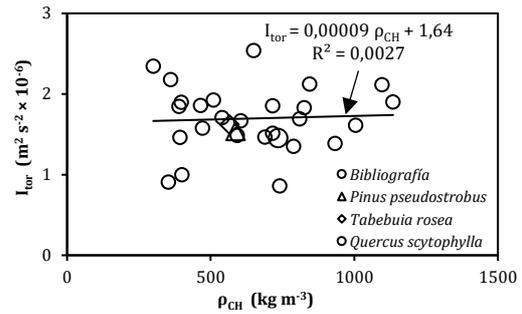


Figura 7. Dispersión del índice material (I_{tor}) en función de la densidad (ρ_{CH}).

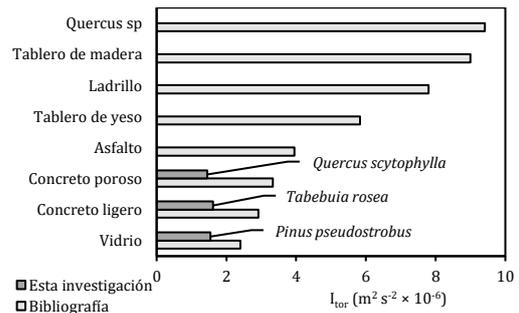


Figura 8. Índices materiales (I_{tor}) de *P. pseudostrabus*, *T. rosea* y *Q. scytophylla* (esta investigación) y de materiales de construcción (Ashby, 2011).

Los índices materiales determinados en probetas de madera comercial son comparables con datos de especies de densidades parecidas y determinados con experimentos similares a los de la presente investigación (Sotomayor, 2015; Sotomayor 2016; Tabla 1). Respecto a *P. pseudostrabus* y *Q. scytophylla* los índices materiales son similares a los de *P. pseudostrabus* y *Q. scytophylla*. En relación con *Tabebuia rosea*, el índice de *T. rosea* es 29% mayor.

condiciones de ensayo: la densidad y el contenido de humedad de la madera y con datos derivados de un tamaño de muestra estadísticamente representativa.

Los resultados permiten proponer la utilización de las especies caracterizadas en elementos estructurales de diferentes formas, secciones y longitudes. Sus posibles usos son en las industrias de la Arquitectura y de la construcción, así como para la elaboración de muebles y utensilios de madera.

AGRADECIMIENTOS

La investigación estuvo patrocinada por la Coordinación de la Investigación Científica de la

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán, México.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- American Institute of Timber Construction. (2012). *Timber Construction Manual*. USA, Englewood: American Institute of Timber Construction.
- American Society for Testing and Materials. (2015a). ASTM C1259-15. *Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio for advanced ceramics by impulse excitation of vibration*. USA, West Conshohocken: American Society for Testing and Materials.
- American Society for Testing and Materials. (2015b). ASTM E1876-15. *Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio by impulse excitation of vibration*. USA, West Conshohocken: American Society for Testing and Materials.
- American Wood Council. (2015). *National Design Specifications (NDS) for Wood Construction with Commentary*. USA, Lessbourg: American Wood Council.
- Anshari, B., Guan, Z. W., Kitamori, A., Jung, K., Hassel, I., & Komatsu, K. (2011). Mechanical and moisture-dependent swelling properties of compressed Japanese cedar. *Construction and Building Materials*, 25(4), 1718-1725. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.11.095>
- Ashby, M. F. (2011). *Materials selection in mechanical design*. England, London: Butterworth-Heinemann.
- Brandner, R., Tomasi, R., Moosbrugger, T., Serrano, E., & Dietsch, P. Editors. (2018). *Properties, Testing and Design of Cross Laminated Timber: A state-of-the art report by Cost action FP1402/WG2*. Germany, Aachen: Shaker Verlag. doi: <https://doi.org/10.2370/9783844061437>
- Canadian Wood Council. (2017). *Wood Design Manual 2017. Vol. 1 & 2*. Canada, Ottawa: Canadian Wood Council.
- Cavalli, A., Cibecchini, D., Goli, G., & Togni, M. (2017). Shear modulus of old timber. *iForest*, 10, 446-450. doi: <https://doi.org/10.3832/ifor1787-009>
- Cha, J. K. (2015). Determination of true modulus of elasticity and modulus of rigidity for domestic woods with different slenderness ratios using nondestructive tests. *Journal of the Korean Wood Science and Technology*, 43(1), 36-42. doi: <https://doi.org/10.5658/WOOD.2015.43.1.36>
- Chauhan, S., & Sethy, A. (2016). Differences in dynamic modulus of elasticity determined by three vibration methods and their relationship with static modulus of elasticity. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 18(2), 373-382. doi: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-221X2016005000034>
- Echenique, C. S., Banda, B. I., & Hernández, J. R. (2015). Physical and Mechanical Properties of the Wood Used in Indigenous Housing of the Tuhín Township, Department of Cordoba. Colombia. *INGE CUC*, 11(1), 99-108. doi: <https://doi.org/10.17981/ingecuc.11.1.2015.10>
- Gutiérrez, H., & De la Vara, R. (2009). *Análisis y diseño de experimentos*. México, México: McGraw-Hill.
- Hernández, S. A., & Sotomayor, J. R. (2014). Comportamiento elástico de la madera de *Acer rubrum* y de *Abies balsamea*. *Madera y Bosques*, 20(3), 113-123. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2014.203156>
- International Organization for Standardization. (2014a). ISO 13061-1:2014. *Physical and mechanical properties of wood -- Test methods for small clear wood specimens -- Part 1: Determination of moisture content for physical and mechanical tests*. Switzerland, Geneva: International Organization for Standardization.
- International Organization for Standardization. (2014b). ISO 13061-2:2014. *Physical and mechanical properties of wood -- Test methods for small clear wood specimens -- Part 2: Determination of density for physical and mechanical tests*. Switzerland, Geneva: International Organization for Standardization.
- Jacob, M., Harrington, J., & Robinson, B. (2018). *The Structural Use of Timber Handbook for Eurocode 5: Part 1-1*. Ireland, Dublin: COFORD, Department of Agriculture, Food and the Marine.
- Jaskowska-Lemanska, J., & Przesmycka, E. (2020). Semi-Destructive and Non-Destructive Tests of Timber Structure of Various Moisture Contents. *Materials*, 14, 96-118. doi: <https://doi.org/10.3390/ma14010096>
- Keunecke, D., Sonderegger, W., Pereteanu, K., Lüthi, T., & Niemz, P. (2007). Determination of Young's and shear moduli of common yew and Norway spruce by means of ultrasonic waves. *Wood Science and Technology*, 41(4), 309-327. doi: <https://doi.org/10.1007/s00226-006-0107-4>
- Komán, S., & Feher, S. (2017). Physical and mechanical properties of *Paulownia tomentosa* wood planted in Hungaria. *Wood Research*, 62(2), 335-340.
- Kránitz, K., Doublein, M., & Niemz, P. (2014). Determination of dynamic elastic moduli and shear moduli of aged wood by means of ultrasonic devices. *Materials and Structures*, 47(6), 925-936. doi: <https://doi.org/10.1617/s11527-013-0103-8>
- Krüger, R., & Wagenführ, A. (2020). Comparison of methods for determining shera modulus of wood. *European Journal of Wood and Wood Products*, 78, 1087-1094. doi: <https://doi.org/10.1007/s00107-020-01565-2>
- Llana, D. F., Íñiguez-González, G., Díez, M. R., & Arriaga, F. (2020). Nondestructive testing used on timber in Spain: A literature review. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 22(2), 133-156. doi: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-221X2020005000201>
- Malesza, J. (2015). Possible defects in wood, wood parameters variability and some of its influence on quality of building structure. *Engineering Structures and Technologies*, 7(2), 67-80. doi: <https://doi.org/10.3846/2029882X.2016.1123895>
- Nadir, Y., Nagarajan, P., & Midhun, A. J. (2014). Measuring elastic constants of *Hevea brasiliensis* using compression and Iosipescu shear test. *European Journal of Wood and Wood Products*, 72(6), 749-758. doi: <https://doi.org/10.1007/s00107-014-0842-4>
- Naruse, K. (2003). Estimation of shear moduli of wood by quasi-simple shear tests. *Journal of Wood Science*, 49(6), 479-484. doi: <https://doi.org/10.1007/s10086-003-0515-0>
- Olsson, A., & Källsner, B. (2013). Shear modulus of structural timber evaluated by means of dynamic excitation and FE analysis. *Materials and Structures*, 48(4), 977-985. doi: <https://doi.org/10.1617/s11527-013-0208-0>
- Ozyhar, T., Hering, S., Sanabria, S. J., & Niemz, P. (2013). Determining moisture-dependent elastic characteristics of beech wood by means of ultrasonic waves. *Wood Science and Technology*, 47(2), 329-341. doi: <https://doi.org/10.1007/s00226-012-0499-2>
- Rocco, F. A., Christoforo, A. L., Varanda, L. D., Chahud, E., Almeida, V., & Nunes, L. A. M. (2017). Shear and Longitudinal Modulus of Elasticity in Wood: Relations Based on Static Bending Tests. *Acta Scientiarum. Technology*, 39(4), 433-437. doi: <https://doi.org/10.4025/actascitechnol.v39i4.30512>
- Roohnia, M., & Kohantorabi, M. (2015). Dynamic methods to evaluate the shear modulus of Wood. *BioResources*, 10(3), 4867-4876. doi: <https://doi.org/10.15376/biores.10.3.4867-4876>
- Sotomayor, J. R. (2015). *Banco FITECMA de características físico-mecánicas de maderas mexicanas*. México, Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. doi: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3497.4884>
- Sotomayor, J. R. (2016). Módulos de rigidez dinámicos de siete maderas mexicanas determinados por vibraciones en torsión. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 22(2), 125-134. doi: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2015.03.008>
- Sotomayor, J. R. (2018a). Características dinámicas de 22 maderas determinadas por el método de vibraciones transversales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(48), 1-23. doi: <https://doi.org/https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i48.150>
- Sotomayor, J. R. (2018b). Índices materiales en flexión estática de maderas mexicanas con potencial para uso en la construcción. *Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo*, 6(2), 45-52.
- Sotomayor, J. R., & Villaseñor, J. M. (2016). Módulo de rigidez y módulo dinámico de la madera de *Acer saccharum* Marshall y *Thuja plicata* L. *Revista Forestal Mesoamericana Kurú*, 13(33), 20-28. doi: <https://doi.org/10.18845/rfmk.v13i33.2574>
- Sylvayanti, S. P., Nugroho, N., & Bahtiar, E. T. (2023). Bamboo Scrimber's Physical and Mechanical Properties in

- Comparison to Four Structural Timber Species. *Forest*, 14, 146. doi: <https://doi.org/10.3390/f14010146>
- Wang, Z., Xie, W., Wang, Z., & Cao, Y. (2018). Strain method for synchronous dynamic measurement of elastic, shear modulus and Poisson's ratio of wood and wood composites. *Construction and Building Materials*, 182, 608-619. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.06.139>
- Wang, Z., Zhang, D., Wang, Z., Liang, X., Yang, X., & Wang, J. (2023). Research Progress on Dynamic Testing Methods of Wood Shear Modulus: A Review. *BioResources*, 18(1), 2262-2270.
- Yoshihara, H. (2012). Shear modulus and shear strength evaluation of solid wood by a modified ISO 15310 square-plate twist method. *Drvna Industrija*, 63(1), 51-55. doi: <https://doi.org/10.5552/drind.2012.1125>
- Zhang, L., Li, Q., Liu, W., He, Q., Liu, Y., & Guo, K. (2022). Evaluation of the Shear Performance of Douglas-Fir Wood at Elevated Temperatures. *materials*, 15, 8386. <https://doi.org/10.3390/ma15238386>